**Introduzione ai problemi RMT**

I problemi del RMT sono sempre accompagnati da un'**analisi a priori** dei contenuti matematici e del compito dell'allievo, completata da una descrizione dei criteri di attribuzione dei punteggi.

Sono poi proposti a **centinaia e anche a migliaia di classi, nelle stesse condizioni**: tempo limite 50 minuti, tutta l'organizzazione della risoluzione è a carico della classe che deve consegnare un solo elaborato per problema, con soluzioni e spiegazioni (l'insegnante di classe non è presente ma è sostituito da un altro adulto che "sorveglia" la classe).
Le classi sono raggruppate in categorie che vanno dalla 3 alla 10 (da 8-9 anni a 15-16 anni) e ogni classe riceve da 5 a 7 problemi da risolvere nell'ambito della prova.

In un secondo momento, viene **l'attribuzione dei punteggi** (da 0 a 4 punti) ad ogni elaborato, da parte di una commissione per ogni sezione, secondo i criteri stabiliti all'atto dell'analisi a priori.
La sintesi di questi primi risultati dà, per ciascun problema, una "media" dei punteggi per categoria, sull'insieme delle classi di tutte le sezioni, con una ripartizione di questi punteggi secondo i criteri 0, 1, 2, 3, e 4.

Per alcuni problemi, delle **analisi a posteriori** permettono di identificare le procedure adottate dagli allievi nelle loro risoluzioni, le difficoltà, gli ostacoli, gli errori ricorrenti, il livello di costruzione di concetti matematici.
L'insieme delle analisi e dei risultati ha consentito l'elaborazione di varianti per alcuni problemi, in modo da avere ulteriori informazioni sulle procedure risolutive degli allievi.

Infine, tutti i problemi sono raggruppati nella **"banca di problemi",** attualmente in preparazione, per famiglie di compiti, per categorie, per concetti matematici.
Vi si troveranno gli enunciati dei problemi, i concetti matematici che intervengono nella risoluzione, i dati statistici delle attribuzione dei punteggi. Laddove siano state svolte delle analisi a posteriori, vi si troveranno anche la descrizione delle procedure osservate, l'evidenziazione degli ostacoli e degli errori significativi ed anche qualche idea di uso didattico dei problemi per gli insegnanti che vogliano inserirli nel percorso di apprendimento della loro classe (nel caso in cui non si disponga ancora di analisi a posteriori, le schede della banca riporteranno le analisi a priori dei problemi, così come sono state elaborate per le prove).

Diversi gruppi di lavoro dell'ARMT lavorano da anni a **questa presentazione dei nostri problemi dal punto di vista matematico e didattico.** La nostra banca di problemi va molto oltre un semplice inventario di problemi del RMT, che si limiterebbe alla pubblicazione degli enunciati, con analisi a priori ancora ipotetiche o con statistiche relative a "tassi di riuscita", privi di una qualunque riflessione sugli ostacoli e le procedure effettivamente rilevati.

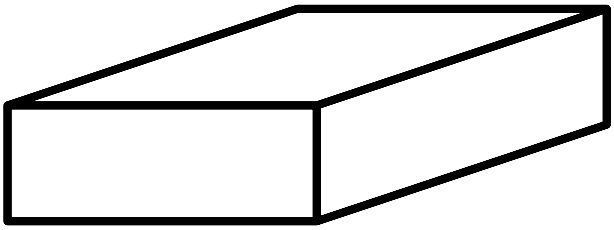
In questa parte del sito, ci limitiamo a pubblicare **qualche esempio di enunciati** dei nostri problemi accompagnati da brevi osservazioni, in modo che il "visitatore" possa percepirne qualche caratteristica (categorie, concetti, indici di riuscita, …) che gli permetta di prenderli in considerazione per finalità di apprendimento per gli allievi della propria classe.
Per saperne di più, il visitatore dovrà andare sulla banca di problemi che sarà accessibile in un prossimo futuro per il tramite di un link opportuno.

**Qualche esempio di problemi RMT**
con qualche indicazione sui livelli scolari (categorie) e sulle tematiche per aiutare il "visitatore" nelle scelte che via via vorrà fare.
I problemi non sono ordinati né per tematiche né per categorie.

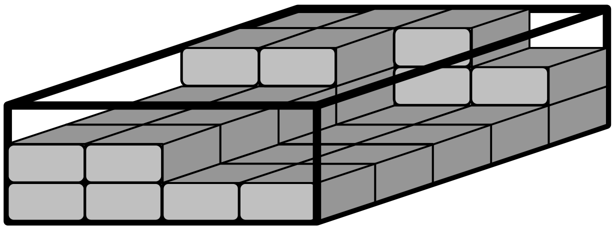
| **Titoli** | **Categorie** | **Tematiche** |
|---|---|---|
| **1. Goloserie** | 3 - 4 | Geometria 3D + Conteggio |
| **2. Ben nascosti** | 3 - 4 | Geometria 3D, conteggio di triangoli |
| **Triangoli, sì, ma quanti?** | 6 - 8 | Geometria 3D, conteggio di triangoli |
| **3. Piramidi di mattoni** | 3 - 5 | Addizioni e sottrazioni in $\mathbb{N}$ |
| **Piramidi di mattoni (variante)** | 6 - 10 | + approccio algebra e equazioni |
| **4. Cena a lume di candela** | 4 - 6 | Somma di multipli |
| **Cena a lume di candela (variante)** | 8 -10 | Somma di multipli, algebra e equazioni |
| **5. Partite a biglie** | 5 - 6 | Addizioni e sottrazioni in $\mathbb{Z}$ |
| **6. Il compleanno** | 5 - 7 | Numerazione |
| **7. Bigné al cioccolato** | 6 - 7 | Operazioni in $\mathbb{N}$, equazioni |
| **8. L'aiuola di tulipani** | 7 - 10 | Numeri razionali |
| **9. Bastoncini e triangoli** | 7 - 10 | Disuguaglianza triangolare |
| **10. Date di nascita** | 8 - 10 | Somme di multipli |
| **11. Le marmellate** | 6 - 8 | Proporzionalità e numeri razionali |
| **12. Rally 2005** | 3 - 4 | Confronti e unità d'area |
| **13. Il tavolo da spostare** | 4 - 8 | Approfondimento del concetto di rettangolo |
| **14. La scatola dei cubi** | 7 - 10 | Geometria 3 D, volumi |
| **15. La scatola da ricoprire** | 3 - 5 | Facce di un parallelepipedo rettangolo |
| **16. Caccia al tre** | 3 - 5 | Numerazione, cifre di una sequenza di numeri |
| **17. Pennarelli nuovi** | 7 - 8 - 9 - 10 | Sistema di numerazione in base otto |
| **18. Calcolatrice speciale** | 5 - 7 | Funzione (affine) da determinare |
| **19. Un mazzo di fiori** | 7 - 8 - 9 - 10 | Incognita da determinare per via aritmetica |

**1. GOLOSERIE** (Cat. 3, 4)

La mamma ha comprato una scatola di cioccolatini e l'ha lasciata sul tavolo.
Ecco la scatola, piena ma ancora chiusa, con il suo coperchio:



Il giorno dopo, quando apre la scatola, scopre che i suoi bambini hanno già mangiato una parte dei cioccolatini. Ecco ciò che resta.



**Quanti cioccolatini c'erano nella scatola quando era piena?**

**Quanti cioccolatini hanno mangiato i bambini?**

**Spiegate come avete trovato le vostre risposte.**

---

**OSSERVAZIONI**

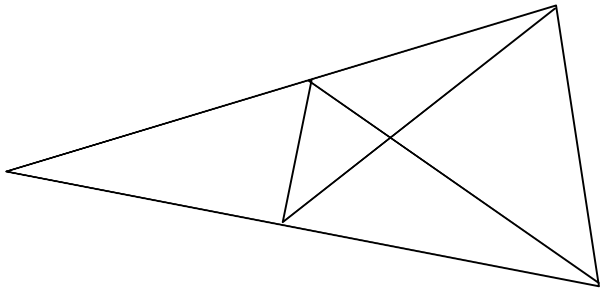
Questo problema fa appello a competenze di visualizzazione spaziale e permette di verificare le capacità di conteggio, tramite l'addizione e/o la moltiplicazione, con un approccio al concetto di volume.

Le due risposte 60 e 23 sono state trovate dal 60% circa di classi (cat. 3) e dal 70 % (cat. 4).

Altre risposte, errate, sono dovute a errori di conteggio.

**2. BEN NASCOSTI** (Cat. 3, 4)

Andrea e Daniela osservano questa figura:



Andrea dice: *Io vedo 5 triangoli in questa figura.*
Daniela gli risponde: *Io ne vedo molti di più…*

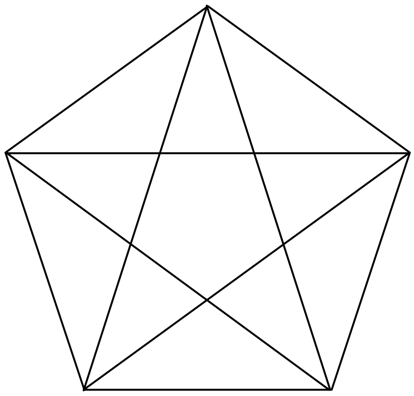
**Quanti triangoli diversi si possono vedere, in tutto, in questa figura?**

**Indicate chiaramente tutti i triangoli che avete trovato.**

---

**TRIANGOLI SÌ, MA QUANTI?** (Cat. 6, 7, 8)

Ecco un pentagono regolare con tutte le diagonali:



Alice dice: *In questo pentagono vedo 10 triangoli.*
Bianca le risponde: *Io, ne vedo molti di più!*

**Quanti triangoli si possono vedere in tutto in questa figura?**

**Spiegate come avete trovato la vostra risposta.**

---

**OSSERVAZIONI**

Sono numerosi i problemi del RMT di questo tipo che richiedono di determinare il numero di figure “elementari” (triangoli, quadrati, rettangoli…) che si possono osservare in una figura più complessa.

L’interesse del compito si situa nel riconoscimento di figure geometriche e nell’organizzazione rigorosa di un inventario.

Per ciò che riguarda il primo di questi problemi, i 12 triangoli sono stati identificati e contati correttamente dal 27 % delle classi (Cat. 3) e dal 44 % (Cat 4)

Nel 40 % degli elaborati sono presenti da 1 a 4 dimenticanze o doppioni;

Il 30 % (Cat. 3) e il 20 % (Cat. 4) di classi individuano meno di 6 triangoli

Per ciò che riguarda il secondo problema, la ricerca è molto più esigente in quanto ci sono 35 triangoli nella figura.

I tassi di riconoscimento migliorano leggermente nel passare dalla categoria 6 alla categoria 8,

da 15 a 20% di risposte corrette (35) con spiegazioni chiare e complete (testo scritto, lista o disegno),

da 10 a 15% di risposte 34 o 36 con una sola dimenticanza o un solo doppione,

il 30% circa di risposte (25 o 30) con la dimenticanza di uno solo dei 5 tipi di triangoli,

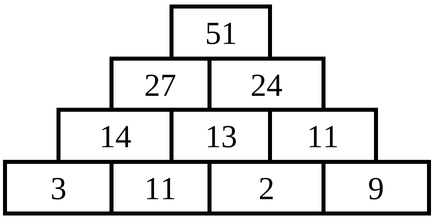
il 40% circa di risposte (15, 20 o 25) con la dimenticanza di due tipi di triangoli,

da 5 a 10% di risposte con meno di 15 triangoli differenti individuati.

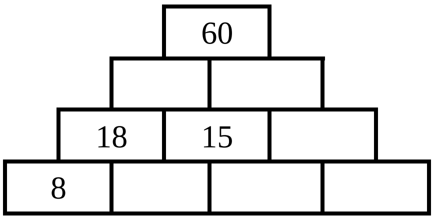
**3. PIRAMIDI DI MATTONI (I)** (Cat. 3, 4, 5)

In questa piramide si scrive un numero su ogni mattone, secondo la seguente regola:
per ogni mattone che si appoggia su altri due, il numero scritto è la somma dei numeri dei due mattoni sui quali esso è posato.

Per esempio: 14 è il numero del mattone posato sui mattoni 3 e 11 perché 14 = 3 + 11.
51, il numero del mattone che sta in alto, è la somma di 27 e 24.




**Scrivete i numeri mancanti per completare la piramide disegnata qui sotto, seguendo la stessa regola.**



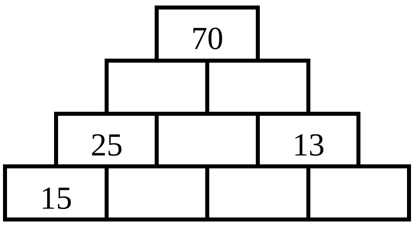

**Scrivete tutti i calcoli che avete fatto per trovare i numeri mancanti.**

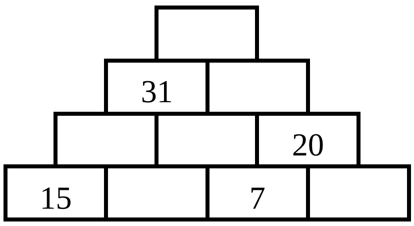
---

**VARIANTE SULLO STESSO TEMA** (Cat. 6, 7, 8, 9, 10)

…

*Completate le due piramidi seguenti:*




Matteo e Diego cominciano allora a completare le due piramidi proposte.
Quando confrontato i loro risultati osservano che hanno la stessa soluzione per la piramide di sinistra.
Matteo dice che non è possibile completare la piramide di destra. Invece Diego, molto soddisfatto di sé, afferma che ha trovato i numeri che gli permettono di completarla secondo la regola data.

**Completate anche voi le due piramidi.**

**Spiegate il ragionamento che avete fatto per trovare i numeri mancanti.**

---

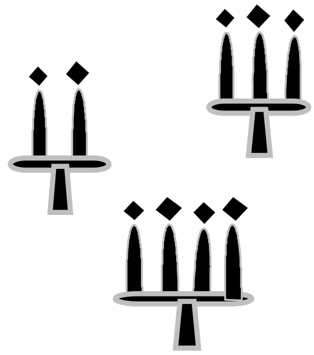
**OSSERVAZIONI**

Tipo di problema facilmente adattabile in funzione delle categorie, che fa appello a conoscenze aritmetiche elementari: addizione e sottrazione di numeri naturali (e con cifre decimali per la seconda piramide della variante) e successioni di deduzioni. L'occasione è buona, nel caso delle piramidi della variante, per "entrare" nell'ambito dell'algebra e fare constatare l'efficacia del ricorso alle equazioni.

La riuscita è molto buona per la prima parte (da 80% a 90%) ed è più debole per la variante dove la sequenza di deduzioni è più complessa e dove l'irruzione di numeri non naturali disturba gli allievi (da 50% a 60%).

**4. CENA A LUME DI CANDELA** (Cat. 4, 5, 6)

Laura ha organizzato una cena nel suo giardino. Per creare una bella atmosfera illumina la tavola con dei candelabri a due, a tre o a quattro bracci. Laura sceglie almeno un candelabro di ogni tipo e su ciascuno di essi mette una candela per braccio.
Laura si accorge di aver messo 20 candele in tutto sui candelabri che ha usato.



**Come ha sistemato Laura le 20 candele?**

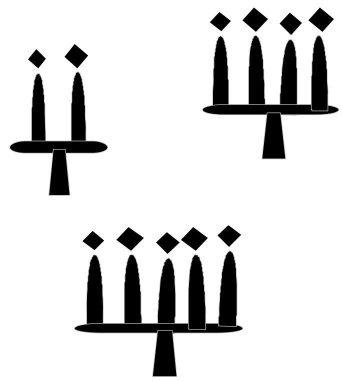
**Scrivete tutte le possibilità.**

**Indicate per ognuna di esse il numero di ogni tipo di candelabro e spiegate il vostro ragionamento.**

---

**VARIANTE: CENA A LUME DI CANDELA** (Cat. 8, 9, 10)

Laura organizza una cena nel suo giardino. Per creare una bella atmosfera, illumina il tavolo con delle candele. Utilizza quattro candelabri con 2 candele, altri con 4 candele e altri con 5 candele e così dispone in totale 100 candele in 25 candelabri, mettendo su ciascuno il massimo numero possibile di candele.



**Quanti candelabri a 4 candele ha utilizzato Laura?**

**E quanti a 5 candele?**

**Spiegate le vostre risposte.**

---

**OSSERVAZIONI**

Problema adattabile e che mette in gioco tutte le conoscenze aritmetiche sulle operazioni, i multipli, le scomposizioni, per permettere un passaggio progressivo all'introduzione di strumenti algebrici nella variante.

Le quattro ripartizioni del primo problema sono state trovate dal 40 al 50% di classi, delle categorie da 3 a 5.

Per la variante, il 50% circa di classi ha trovato la risposta corretta (13 candelabri con 4 candele e 8 da 5 candele), di cui la metà con spiegazioni chiare (dove l'unicità della soluzione appariva chiaramente nel caso di risoluzione aritmetica).

## 5. PARTITE A BIGLIE (Cat. 5, 6)

Gerardo, domenica, ha ricevuto un bel sacchetto di biglie e decide di portarle tutte a scuola, il giorno dopo, per giocare con i suoi compagni.
Lunedì vince 12 biglie ed è molto contento.
Martedì gioca nuovamente, ma perde 15 biglie e non è contento.
Mercoledì perde ancora 8 biglie. Gerardo è molto triste. Al ritorno a casa, conta le sue biglie e si accorge che gliene restano soltanto la metà di quelle che aveva domenica, quando ha ricevuto il suo sacchetto.
Giovedì non gioca poiché ha paura di perdere ancora di più.
Il venerdì esita, ma gioca lo stesso e vince 7 biglie.

**Quante biglie ha nel sacchetto il venerdì sera?**

**Spiegate come avete trovato la vostra risposta.**

---

**OSSERVAZIONI**

Per determinare lo stato finale di questa successione di trasformazioni, bisogna combinare quelle che sono “positive” e quelle che sono “negative”, che prefigurano le operazioni con i numeri relativi. Bisogna anche “giocare” con aspetti temporali e saper tornare indietro per trovare la “chiave” data dal confronto della situazione tra la domenica e il mercoledì.
Un terzo delle classi non è stato in grado di gestire questa successione, un terzo è riuscito a portarla parzialmente avanti e l’ultimo terzo è arrivato alle 18 biglie del venerdì sera.
Attenzione dunque, questo problema esigerà, nel lavoro di classe, delle messe in comune intermedie per non scoraggiare coloro che hanno difficoltà a capirlo.

**6. COMPLEANNO** (Cat. 5, 6, 7)

È il compleanno di Anita.

Il suo amico Bruno le porta una torta al cioccolato. Su questa torta ci sono 7 candeline che indicano l'età di Anita: candeline rosse e candeline verdi. Ogni candelina rossa vale dieci anni e ogni candelina verde vale un anno.

Il suo amico Carlo le porta una torta alle fragole sulla quale ha sistemato 8 candeline che indicano anch'esse l'età di Anita. Alcune sono blu e altre verdi: ogni candelina blu vale dodici anni ed ogni candelina verde vale un anno.

**Quanti anni ha Anita?**

**Spiegate come avete trovato la sua età.**

---

**OSSERVAZIONI**

Si tratta qui di trovare due numeri di due cifre uguali fra loro: l'uno scritto in base dieci la cui "somma" delle cifre (laddove le si considerino come numeri) è 7, l'altro scritto in base dodici, la cui "somma" delle cifre è 8; in un contesto di candeline e torte di compleanno.
E' l'occasione per ritornare alla nostra numerazione posizionale e fare un inventario dei numeri di due cifre la cui "somma" delle cifre è 7 in base dieci e 8 in base dodici.
In questo contesto, la soluzione, 52 anni, è stata trovata da circa l'80% delle classi delle tre categorie, con spiegazioni giudicate soddisfacenti nella metà dei casi.

## 7. BIGNÉ AL CIOCCOLATO (Cat. 6, 7, 8)

Al bar del club di vacanze Archimede, ci sono sempre ottimi bignè al cioccolato.
Ogni giorno, dal lunedì al venerdì, il bar si fa consegnare lo stesso numero di bignè, mentre il sabato e la domenica ne ordina 20 in più rispetto agli altri giorni, perché c'è maggiore richiesta.
Ogni giorno della scorsa settimana (dal lunedì alla domenica) sono stati venduti tutti i bignè. Il sabato e la domenica, complessivamente, ne sono stati venduti 4 in più di quelli che sono stati venduti durante tutto il resto della settimana.

**Quanti bignè al cioccolato arrivano al bar ogni giorno della settimana?**

**Spiegate il vostro ragionamento.**

---

**OSSERVAZIONI**

Si tratta di uno dei numerosi problemi del RMT concepiti per mettere a confronto gli approcci aritmetici e algebrici di una nuova situazione, dove intervengono l'addizione, la moltiplicazione, la distributività, delle "compensazioni" e/o equivalenze.
All'atto dell'attribuzione dei punteggi, ci si è resi conto che il compito per la risoluzione è disseminato di ostacoli dovuti al contesto e alla lettura dell'enunciato, cosa che ha portato ad un tasso del 70% di "Incomprensione del problema"; le risposte corrette (32 bignè il sabato e la domenica, 12 bignè gli altri giorni) sono state date solo nel 10%, 20%, 30% di classi rispettivamente delle categorie 6, 7, 8.
Si sconsiglia pertanto di proporre in classe il problema nelle condizioni delle prove del RMT, ma bisogna prevedere delle messe in comune per "appianare" alcuni ostacoli prima di passare alla trattazione di una relazione semplice, che si può scrivere algebricamente come: $5N + 4 = 2(N + 20)$, ma che è anche possibile risolvere senza il ricorso all'algebra.

## 8. L'AIUOLA DI TULIPANI (Cat. 7, 8, 9, 10)

La Signora Frazionetti decide di piantare tulipani di diversi colori in una grande aiuola del suo giardino.
Ha a disposizione tulipani di otto colori diversi: rosso, giallo, arancione, bianco, lilla, viola, rosa, salmone.
Con i tulipani rossi può "riempire" $\frac{1}{2}$ dell'aiuola, con i gialli $\frac{1}{3}$ dell'aiuola, con gli arancioni $\frac{1}{4}$, con i bianchi $\frac{1}{5}$, con i lilla $\frac{1}{6}$, con i viola $\frac{1}{8}$, con i rosa $\frac{1}{9}$, con i salmone $\frac{1}{12}$.
La signora Frazionetti vuole "riempire interamente" la sua aiuola e, per ogni colore scelto, vuole utilizzare tutti i tulipani a disposizione ma, per far questo, deve scegliere i colori in modo opportuno.
Si rende conto di poter scegliere tulipani di tre colori ma, per esempio, di non poter utilizzare contemporaneamente tulipani rossi, gialli e arancioni.

**Quali sono i tre colori di tulipani con cui la signora Frazionetti può "riempire" interamente la sua aiuola?**

**E con quattro colori è possibile riempire l'aiuola? Quali?**

**Spiegate le vostre risposte.**

---

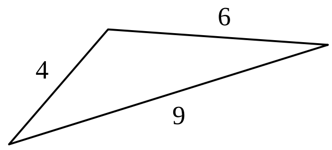
**OSSERVAZIONI**

Le frazioni in genere sono piuttosto antipatiche agli allievi e spesso assimilate ad esercizi fastidiosi e ad algoritmi applicati alla cieca. I problemi del RMT che fanno riferimento a questo argomento lasciano agli allievi il compito, non più antipatico, di tradurre il contesto in una relazione numerica che invece, in un esercizio tradizionale, suonerebbe come: "Trovate, tra le otto frazioni unitarie date, quelle che, addizionate, hanno somma 1".

La risposta corretta alle due questioni (rosso, giallo, lilla) e (rosso, arancione, lilla, salmone) è stata trovata da un terzo delle classi di categoria 7; c'è una progressione sensibile e regolare con l'aumentare delle categorie, fino ad arrivare a due terzi nella categoria 10.

**9. BASTONCINI E TRIANGOLI** (Cat. 7, 8, 9, 10)

Giorgio ha trovato in una scatola sei bastoncini di lunghezze rispettive 4 cm, 5 cm, 6 cm, 9 cm, 10 cm e 11 cm.
Ne sceglie tre per formare un triangolo.
Ecco per esempio il triangolo costruito con i bastoncini di 4 cm, 6 cm e 9 cm di lunghezza:




Dopo aver costruito un triangolo, Giorgio rimette i tre bastoncini nella scatola e ricomincia.

**Quanti triangoli differenti potrà costruire Giorgio con i suoi sei bastoncini?**

**Spiegate come avete trovato le vostre soluzioni e descrivetele.**

---

**OSSERVAZIONI**

La disuguaglianza triangolare è al centro di questa ricerca di triangoli. Coloro che non vi fanno riferimento (o coloro per i quali un insegnamento troppo astratto può aver soffocato un qualunque riferimento agli oggetti o al "buon senso" geometrico) si accontentano di una ricerca combinatoria dapprima dei sei numeri (misure delle lunghezze) e poi di quelli presi tre a tre.
Il caso delle classi che hanno fatto quest'ultimo tipo di ricerca sono sfortunatamente molto numerose (più di un quarto) e le classi che hanno verificato la disuguaglianza triangolare solo in alcuni casi, sono anch'esse numerose (circa un terzo). La risposta corretta e completa (14 triangoli, con i loro lati) è stata data solo dal 16% delle classi di categoria 7 e 8 e da circa il 35% delle classi di categoria 9 e 10.
In sintesi: un buon problema per diagnosticare la presa in considerazione dei vincoli geometrici in una ricerca di tipo combinatorio.

**10. LA DATA DI NASCITA** (Cat. 8, 9, 10)

Michela dice al suo nuovo amico di essere in grado di scoprire la sua data di nascita se egli esegue le seguenti istruzioni:
*Moltiplica per 13 il numero del tuo giorno di  nascita, moltiplica per 14 il numero del tuo mese di nascita, addiziona i due prodotti e dimmi il risultato finale dei tuoi calcoli.*
Il suo amico le risponde: *Il risultato finale dei miei calcoli è 479.*

**Quali sono il giorno e il mese di nascita dell'amico di Michela?**

**Spiegate il vostro ragionamento.**

---

**OSSERVAZIONI**

Questo problema si è rivelato "non molto difficile" dal momento che i tre quarti delle classi delle tre categorie hanno trovato la soluzione: il 25 novembre.

Peraltro, non è nella soluzione che risiede l'interesse di questo problema, bensì nella sua utilizzazione in classe: in algebra, al fine di riflettere sulla natura delle soluzioni dell'equazione $13x + 14y = 479$, o in aritmetica per arrivare a capire quante sono le coppie di multipli, rispettivamente di 13 e di 14, la cui somma è 479!

**11. LE MARMELLATE** (Cat. 6, 7, 8)

C'è la raccolta delle ciliege. La nonna prepara la marmellata in un enorme paiolo, per la sua famiglia e i vicini.
Lunedì cuoce 8 kg di ciliege con 5 kg di zucchero.
Martedì cuoce10 kg di ciliegie con 7 kg di zucchero.
Giovedì, giorno di maggior raccolta, cuoce 16 kg di ciliegie con 10 kg di zucchero.
Sabato, fine della raccolta, cuoce 5 kg di ciliegie con 3 kg di zucchero.

**Qual è il giorno in cui ha preparato la marmellata più zuccherata?**

**Ci sono giorni in cui le marmellate hanno lo stesso grado di dolcezza?**

**Spiegate come avete trovato la vostra risposta.**

---

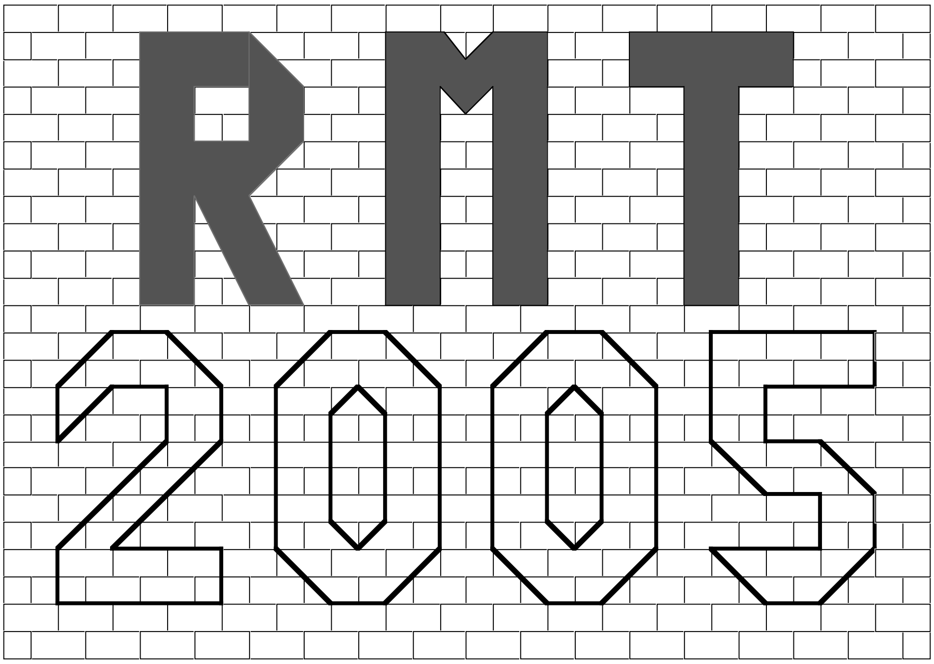
**OSSERVAZIONI**

Un problema emblematico del RMT, il cui interesse è quello di provocare il conflitto tra una percezione additiva (determinazione degli scarti) ed una percezione moltiplicativa (determinazione dei rapporti), per determinare l'equivalenza delle "ricette".
Numerose sperimentazioni e varianti di questo problema hanno permesso di constatare che la gran parte degli allievi delle categorie 5 e 6 trovano che i giorni in cui le marmellate hanno lo stesso grado di dolcezza sono il lunedì e il martedì in quanto ci sono 3 kg di scarto tra le quantità di ciliegie e di zucchero. Bisogna "aspettare" le categorie 7 e 8 per veder apparire il calcolo dei rapporti che permettono di ottenere la risposta "lunedì e giovedì".

**12. RMT 2005** (Cat. 3, 4)

Sul muro della scuola è stata pitturata la parte interna delle lettere R, M e T, preparate per la prossima finale del Rally Matematico Transalpino. Rimane da dipingere la parte interna delle quattro cifre del 2005.

Sofia dipinge il «2» e il primo «0». Mauro dipingerà l'altro «0» e il «5».




**Chi userà più pittura?**

**Spiegate come avete trovato la vostra risposta.**

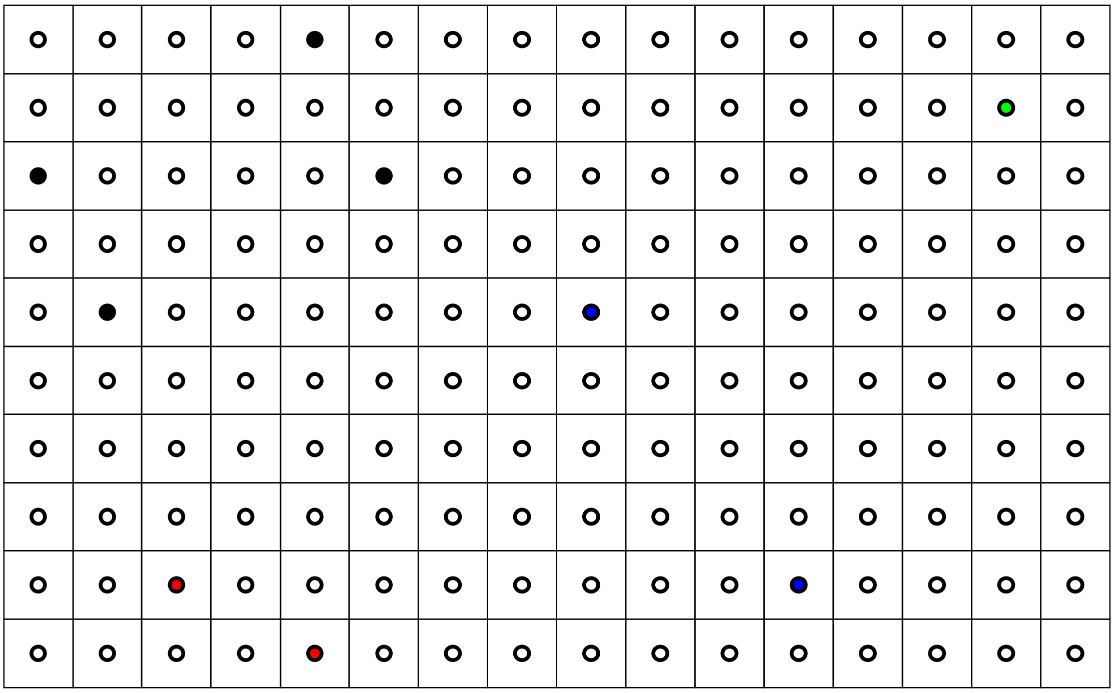
---

**OSSERVAZIONI**

Si tratta di uno dei primi problemi del RMT atti a far apparire le diverse concezioni relative alla misura di un'area prima di un apprendimento formale, divenuto progressivamente uno strumento di diagnosi e di confronto fra allievi.

Questo tema del confronto di aree è stato poi ripreso in altri problemi della stessa famiglia. Le analisi degli elaborati degli allievi hanno portato alla luce, sia nelle categorie 3 e 4, ma ancora anche nel caso di allievi più grandi, procedure caratteristiche, di cui le tre principali sono: il conteggio dei "pezzi" indipendentemente dalla loro area, la conversione dei differenti pezzi in uno di questi concepito come unità d'area, che precede il conteggio di queste unità, le misure del perimetro delle figure da confrontare.

**13. IL TAVOLO DA SPOSTARE** (Cat. 4, 5, 6, 7, 8 )



Questo disegno rappresenta il pavimento della cucina di Giulia con un cerchietto al centro di ciascuna piastrella quadrata.
Giulia osserva una cosa sorprendente: in certe posizioni, i quattro piedi del tavolo di cucina ricoprono esattamente quattro cerchietti del pavimento.
Per cominciare Giulia sistema il tavolo in una certa posizione, con i quattro piedi che ricoprono esattamente i quattro cerchietti segnati in nero sul disegno (in alto a sinistra).
Poi lo sposta in modo che i quattro piedi del tavolo poggino su altri quattro cerchietti. Due di questi cerchietti sono segnati in rosso sul disegno.

**Segnate in rosso gli altri due cerchietti ricoperti dagli altri due piedi del tavolo in questa seconda posizione.**

Giulia sposta ancora il tavolo, in una terza posizione in modo che i piedi del tavolo siano ancora su quattro cerchietti. Due di questi sono segnati in blu.

**Segnate in blu gli altri due cerchietti ricoperti dagli altri due piedi del tavolo in questa terza posizione.**

**Si potrebbe spostare ancora il tavolo in modo che i quattro piedi ricoprano ancora quattro cerchietti, uno dei quali è segnato in verde?**

**Se sì, dite in quanti modi è possibile sistemare il tavolo con un piede sul cerchietto verde e gli altri tre su altri cerchietti e segnate questi cerchietti in verde e con altri colori se c'è più di una possibilità.**

---

**OSSERVAZIONI**

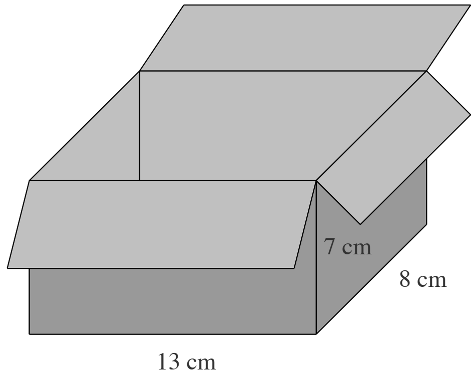
Gli allievi, dapprima di categoria 4, poi anche quelli fino alle categorie 7 e 8, disegnano in generale dei parallelogrammi non rettangoli per le immagini successive del tavolo. Gli ostacoli essenziali risiedono nella difficoltà di passare da una figura data unicamente per il tramite dei suoi 4 vertici alla figura del rettangolo (il cui termine non figura esplicitamente nell'enunciato), poi nella distinzione tra parallelogramma e rettangolo e nella conservazione delle lunghezze. C'è ancora molto da fare per costruire il concetto di rettangolo fino ai 12, 13 anni, contrariamente a ciò che si potrebbe pensare limitandosi ad un approccio di tipo tradizionale, tramite l'osservazione di figure già disegnate.

## 14. LA SCATOLA DI CUBI (Cat. 7, 8, 9, 10)

Francesco ha una scatola a forma di parallelepipedo rettangolo di dimensioni interne 13 cm, 8 cm e 7 cm.
Egli dispone di molti cubi di legno, alcuni con lo spigolo di 2 cm, altri di 1 cm.
Francesco vuole riempire completamente la scatola con il minimo numero possibile di cubi.

**Quanti cubi di ciascun tipo deve utilizzare?**

**Spiegate come avete trovato la vostra risposta.**



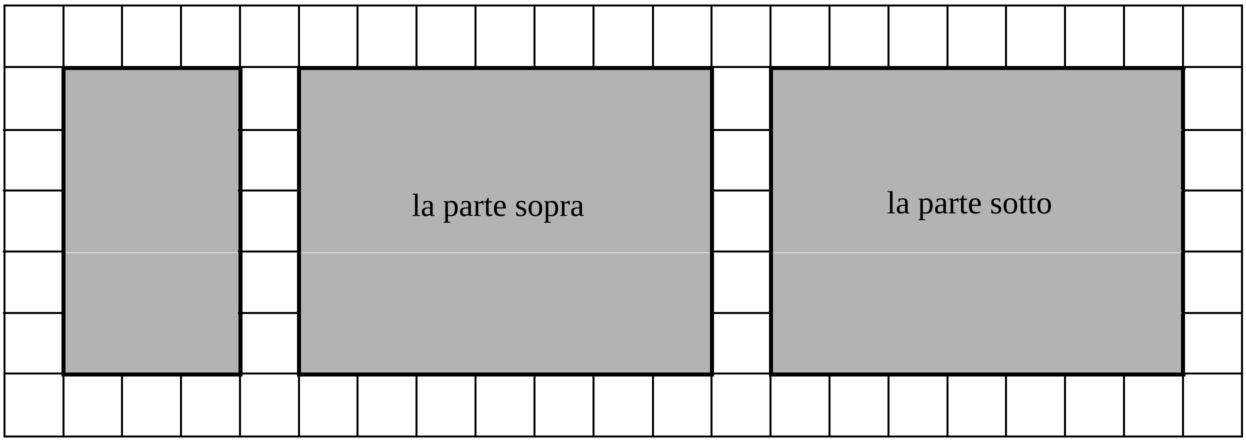

---

**OSSERVAZIONI**

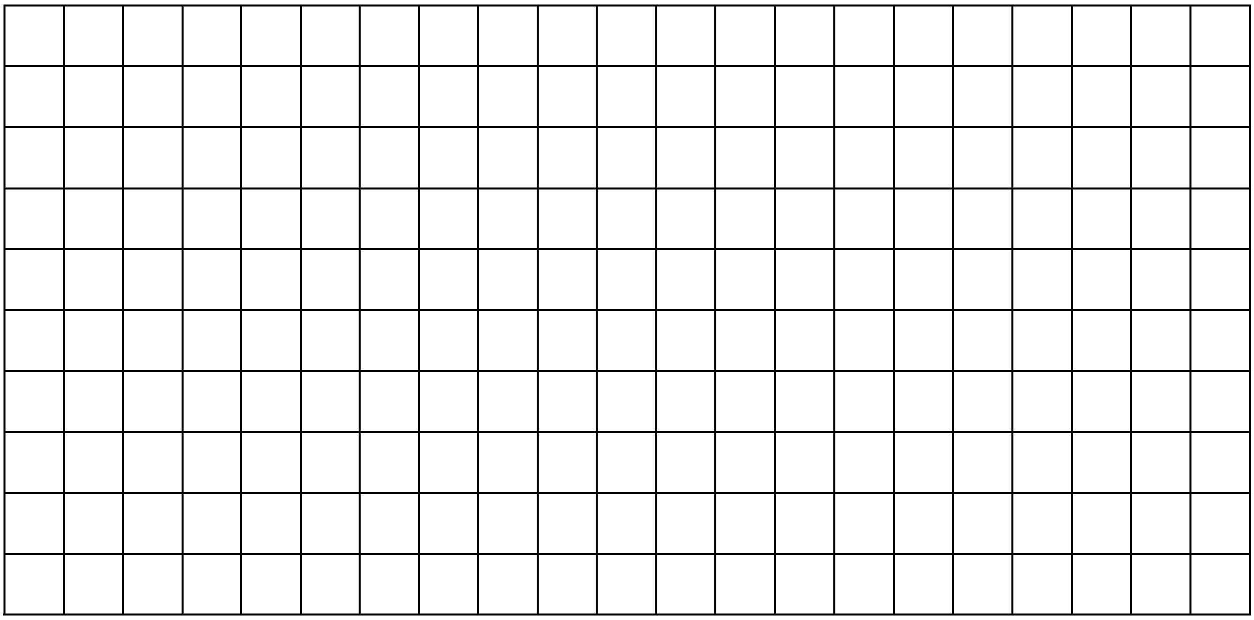
Per riempire la scatola con il numero minore possibile di cubi, è necessario sistemare il massimo numero di cubi grandi e riempire i vuoti con quelli piccoli. Quando si siano contati 4, 6 e 3 cubi di spigolo 2 cm nelle dimensioni rispettive della scatola 8, 13 e 7, è poi sufficiente fare la moltiplicazione 4 x 6 x 3 per trovare 72 cubi grandi, che occupano
72 x 8 = 576 $cm^3$, per trovare 152 $cm^3$ di scarto con il volume totale della scatola.
I risultati, però, smentiscono la semplicità di queste operazioni. Il problema è stato proposto in categoria 6 e 7 con un insuccesso quasi totale in categoria 6 e con solo il 15% di riuscita in categoria 7; qualche sperimentazione ha mostrato che gli ostacoli permangono fino alla categoria 10 e oltre.
Di conseguenza, per utilizzare in classe questo problema molto interessante – in quanto mobilizza tutte le conoscenze elementari sui volumi legati alla visualizzazione di oggetti – è necessario prevedere numerose discussioni e messe in comune intermedie, disegni e, perché no, materiale da manipolare.

**15. LA SCATOLA DA RICOPRIRE (**Cat 3, 4, 5)

Graziella vuole ricoprire interamente una scatola con dei rettangoli di carta.
Ha già disegnato questi tre rettangoli per coprire esattamente la parte sopra della scatola, la parte sotto della scatola e una delle altre facce della scatola.




**Disegnate sulla quadrettatura in basso i tre rettangoli che mancano per ricoprire esattamente le altre facce della scatola.**



**OSSERVAZIONI**

La méta delle classi di categoria 4 e i due terzi di quelle di categoria 5 hanno disegnato correttamente le facce mancanti. Nel caso di questo problema gli allievi hanno la possibilità di verificare le loro proposte con il ricorso al ritaglio. Il problema è pertanto adatto alle categorie al quale viene proposto e permette di entrare in modo “naturale” nella geometria dello spazio.

## 16. CACCIA AL TRE (Cat 3, 4, 5)

Isidoro sta scrivendo la successione dei numeri a partire da 1:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...

Ad un certo punto Isidoro scrive la cifra 3 per la venticinquesima volta.

**Quale numero sta scrivendo Isidoro a quel punto?**

**Mostrate come lo avete trovato.**

---

**OSSERVAZIONI**

La risposta corretta (131) è stata trovata solo dal 40% delle classi di categoria 3, mentre questo tasso passa al 60% in categoria 5.

La risoluzione richiede l’osservazione di regolarità del nostro sistema di numerazione e la distinzione cifra/numero. E’ piuttosto semplice modificare le variabili di questo problema (lunghezza della successione, cambiamento delle cifre), per permettere agli allievi di strutturare le ripetizioni e le periodicità osservate. Nella banca di problemi del RMT verranno presentate numerose varianti di questo problema.

**17. PENNARELLI NUOVI** (Cat. 6, 7, 8, 9, 10)

Il dirigente scolastico di una scuola dell'infanzia ha ordinato dei nuovi pennarelli per l'anno scolastico 2012-2013. La ditta che li fabbrica li confeziona in piccole scatole contenenti ciascuna 8 pennarelli.

Per inviare il materiale alla scuola, l'addetto alla spedizione utilizza:

- scatole medie, che possono contenere esattamente 8 scatole piccole;
- scatole grandi, che possono contenere esattamente 8 scatole medie;

e procede così: quando ha riempito 8 scatole piccole, le mette in una scatola media; quando ha riempito 8 scatole medie le mette in una scatola grande, poi ricomincia con i pennarelli che rimangono.

Alla fine, l'addetto alla spedizione osserva che per preparare l'ordine della scuola sono state utilizzate in tutto, tra piccole, medie e grandi, 85 scatole e che esse sono tutte completamente piene.

**Quanti sono i pennarelli che ha ordinato il dirigente scolastico?**

**Precisate il numero di scatole di ciascun tipo (piccole, medie e grandi) che sono state utilizzate.**

**Spiegate come avete trovato la vostra risposta**.

---

**OSSERVAZIONI**

Questo contesto di scatole ha al suo interno il sistema di numerazione in base otto, che è necessario saper gestire fino ai raggruppamenti del 3° ordine. Questo problema è stato proposto alle categorie 6, 7 e 8, ma gli ostacoli erano troppi per la categoria 6, nella quale l'circa l'80% delle classi non è stata capace di appropriarsi della situazione problematica. A partire dalla categoria 7, un terzo delle classi sono arrivate alla risposta corretta e completa (600 pennarelli; 1 scatola grande, 9 medie, 75 piccole). E' dunque possibile proporre tale problema ad allievi più grandi, sapendo che saranno necessarie messe in comune intermedie.

## 18. CALCOLATRICE SPECIALE ☺ (Cat. 5, 6, 7)

Sofia possiede une calcolatrice molto speciale con un tasto ☺ .

Quando Sofia preme $\boxed{5}$ e ☺, la sua calcolatrice mostra: $\boxed{25}$

Quando Sofia preme $\boxed{7}$ e ☺, la sua calcolatrice mostra: $\boxed{31}$

Quando Sofia preme $\boxed{10}$ e ☺, la sua calcolatrice mostra: $\boxed{40}$

**Quando Sofia preme 9 e ☺, che cosa potrebbe mostrare la sua calcolatrice speciale?**
**Spiegate come avete trovato la vostra risposta.**

---

**OSSERVAZIONI**

Sono necessarie piccole ricerche alla portata delle categorie previste. La funzione da scoprire è lineare, "moltiplicare per 3 poi aggiungere 10" e l'immagine di 9 è 31.
L'interesse del problema risiede nella sua utilizzazione in classe per illustrare le nozioni di funzione, relazione funzionale, corrispondenza oggetto-immagine, espressione algebrica, algoritmo.

**19. UN MAZZO DI FIORI** (Cat. 7, 8, 9, 10)

Sandra è rappresentante di classe.

Gli studenti apprezzano molto la loro professoressa di matematica e decidono di regalarle un mazzo di fiori per le feste di Natale.

Ogni allievo ha versato tante volte 2 centesimi di euro quanti sono gli allievi della classe.

Sandra ha raccolto le quote e conta la cifra ottenuta. Senza considerare la sua quota, ha 22 euro e 44 centesimi.

**Quanti allievi ci sono nella classe?**

**Spiegate come avete trovato la risposta.**

---

**OSSERVAZIONI**

Il compito matematico consiste nel trovare il numero $n$ tale che $2n\ (n - 1) = 2244$. Ci si può arrivare per tentativi, tramite la ricerca dei divisori di 2244, con un'approssimazione della radice quadrata di 1122 oppure tentando la via algebrica. Prima di tutto, però, bisogna tradurre la situazione della colletta in relazioni numeriche ed è qui che si situa l'ostacolo. La gran parte delle classi di categoria 7 non lo ha superato. Solo le classi delle categorie 9 e 10 sono state in grado di pervenire ai calcoli, con una riuscita di circa il 50%. Questo problema peraltro riveste un grande interesse in un'attività di classe per valorizzare la risoluzione di equazioni affrontabili dapprima per via puramente aritmetica.