L'EXPÉRIENCE DU RMT

Clara Guerrera[1]

Introduction

J'ai fait connaissance avec le RMT en 2012 grâce à une activité pour les enseignants intitulée « Modélisation mathématique », présentée dans notre école par Maria Polo et Sandro Deplano.

J'y ai trouvé des aspects qui m'ont paru intéressants et j'ai pris plaisir à jouer avec la mathématique.

J'ai découvert en particulier que je suis une professeure qui n'a pas toujours la réponse immédiate à des problèmes inhabituels ou à des énigmes!

En réfléchissant à ceci, j'ai pris conscience qu'en me limitant à dire à mes élèves que la mathématique décrit tout ce qui nous entoure quotidiennement, même au moyen d'exemples, je ne serais pas en mesure de les faire s'engager ou de capter leur intérêt !

Je me suis rendu compte qu'il fallait "imaginer" des stratagèmes pour qu'ils constatent que les mathématiques vont bien au-delà de l'application de règles sans liens avec la réalité !

C'est ainsi que j'ai envisagé de travailler avec de nouvelles activités éducatives, en m'appuyant sur des problèmes du RMT pour induire les élèves à « toucher pour y croire ».

Au cours des activités de laboratoire « modélisation des mathématiques » entre enseignants, j'étais parfois déconcertée parce que je ne pouvais pas contrôler toutes les procédures comme je le faisais en classe. L'image de l'enseignant qui a réponse à tout s'estompait progressivement. Tout cela m'a conduit à réaliser que, devant un nouveau problème inédit, l'enseignant a aussi besoin de réfléchir, comme n'importe qui.

En effet, pour arriver à la solution, la nécessité de penser et de raisonner plus en profondeur se fait de plus en plus vive, comme celle de se confronter entre collègues ... et ainsi de suite.

J'ai compris qu'au cours de nombreuses années d'enseignement, où je me suis appuyée sur des matériels didactique très structurés avec des procédures de résolution standard, j'avais perdu le plaisir de découvrir, de rechercher et de m'aventurer dans d'autres types de problèmes et de raisonnements.

Premières interventions didactiques

Inspirée par les activités pratiquée avec Sandro et Maria j'ai décidé d'impliquer les élèves d'une classe de IIA du cours de Géométrie, peu motivés et avec d'importantes carences de base, dans une activité où il était nécessaire de manipuler du matériel : baguettes, formes géométriques découpées dans du carton, pavés, ficelles, attaches, … Je leur ai proposé plus tard des activités à partir de problèmes du Rallye.

Les élèves ont changé d'attitude parce qu'ils ont ont eu du plaisir et ont constaté l'intérêt mathématique de ces activité ! À la surprise de tous, ils ont également remporté la finale du Rallye en 2012[2].

Mes conceptions de l'enseignement ont alors évolué sensiblement. Je cherche maintenant à mieux orienter mes élèves sur la compréhension préalable des données et relations en jeu dans les problèmes, comme ceux du RMT, qui captent l'attention et leur font comprendre l'intérêt et la nécessité de raisonnements.

Les élèves ont compris qu'ils ne peuvent plus, ou surtout qu'ils ne doivent plus, se contenter de mémoriser des procédés lorsqu'ils sont contraints, de manière naturelle, à raisonner pour trouver la démarche de résolution d'un problème.

Au début, le plus grand obstacle à surmonter pour mes élèves, a été la réticence à se mettre en jeu et par conséquent à ne pas se lancer dans une argumentation parce que, de leur point de vue « La réponse, tu la connais ou tu ne la connais pas ! »

J'ai eu de la peine à leur faire comprendre qu'une réponse ne vient pas de nulle part ou d'une procédure apprise par cœur, mais d'un raisonnement personnel, et que cela vaut également pour un enseignant !

J'ai essayé, dans la pratique, de faire remarquer que la réponse à un problème provient de nombreuses petites observations, lors de la lecture de l'énoncé et au cours de son appropriation, et que ce sont des liens entre celles-ci que peut jaillir l'étincelle qui mène à la solution.

---

[1] Enseignante de la Scuola Superiore (Lycée Scientifique et cours de Géométrie) de Senorbì – Cagliari.

[2] en catégorie 10

Je me suis mise au travail avec mes élèves dans la résolution de différents problèmes « déroutants » pour leur montrer que moi aussi, j'ai besoin d'analyser le texte, d'imaginer et de suivre mes raisonnements pour parvenir à une solution.

J'ai encore essayé d'expliquer que mes procédures de résolution ne sont pas nécessairement uniques ou irremplaçables.

Chacun de mes élèves a donc commencé à avoir plus de confiance dans les idées qui lui viennent à l'esprit et dans leur efficacité pour la recherche des solutions, pour constater avec plaisir qu'il est capable de réussir.

Je me suis aussi rendu compte que l'enseignant ne doit absolument pas guider les élèves durant la phase de résolution, ce qui ne leur laisse pas la liberté de conduire la recherche en fonction de leur propre pensée. Les élèves, influencés par les observation ou les suggestions de l'enseignant, abandonnent ou oublient leurs propres idées.
Ainsi l'élève ne peut plus profiter de son propre raisonnement, peut-être original, et perd l'occasion de valider ou d'exprimer ses potentialités personnelles.

Dans mes classes, j'ai commencé à observer ce qui se passe lorsque les élèves sont mis en situation de recherche :

- avec des problèmes plus proches de leur réalité (plus concrets et moins abstraits),
- en autonomie complète,
- en toute liberté et tranquillité avec aussi le « droit à l'erreur »,
- avec la conviction que le développement de leur propres idées ou raisonnements est important.

J'ai découvert ainsi des aspects inattendus pour moi :

- les erreurs de mes élèves façonnent ma professionnalitè d'enseignante ;
- les élèves, en particulier ceux que je jugeais inaptes en mathématiques, possèdent de nombreuses compétences ignorées.

LES PROBLÈMES DU RALLYE : DU CONCOURS À LA CLASSE

La naisance d'un besoin : Comment relier les deux aspects ?

Les problèmes du Rallye, intéressants, engageants, ouvrent l'esprit à l'inattendu ;
Le travail en classe, répond à la nécessité de suivre le programme national.

Je présente ci-dessous un travail effectué en classe IIIB[3] de l'école secondaire en utilisant un problème du rallye où je relie les deux aspects.

Durée: 3 heures de classe
Thème : systèmes linéaires de trois équations à trois inconnues
Objectifs:
- reconnaître un système d'équations impossibles et un système déterminé;
- la résolution d'un système d'équations linéaires déterminé, par la méthode de substitution et par la méthode de Gauss.

J'ai proposé le problème *Forfaits vacances* (20^{e} RMT, 12. Cat. 6, 7, 8, 9)
Cadre conceptuel : *Arithmétique / Opérations; Algèbre / Préalgèbre*

L'objectif préliminaire que je me suis fixé était de vérifier si le concept de *systèmes d'équations* abordé en première année pouvait venir à l'esprit de mes élèves comme une procédure possible de résolution.

[3] Cat. 8

Enoncé du problème:

(20.II.12) **FORFAIT VACANCES** Cat. 6, 7, 8, 9)

L'agence TRANSALP propose 4 forfaits différents, A, B, C et D pour une semaine de vacances. Voici ces quatre propositions, chacune comprenant quatre activités organisées ainsi :

A) 380 euro	**B) 340 euro**	**C) 320 euro**	**D) …. euro**
Excursion dans une île	*Randonnée en montagne*	*Parc d'attractions*	*Randonnée en montagne*
Randonnée en montagne	*Parc d'attractions*	*Parc d'attractions*	*Parc d'attractions*
Parc d'attractions	*Excursion dans une île*	*Randonnée en montagne*	*Excursion dans une île*
Parc d'attractions	*Randonnée en montagne*	*Randonnée en montagne*	*Excursion dans une île*

Le prix d'un forfait est la somme des prix de chacune des activités qui le composent. L'agence a oublié d'écrire le prix du forfait de la semaine D.

Quel est le prix du forfait de la semaine D ?

Expliquez votre raisonnement.

Qu'est-ce qui c'est passé en classe ?
La réponse d'un élève arrive après 5 minutes:
Il compare les activités réunies de A et B avec celles de C et D, et arrive à la réponse
340 + 380 = 720 – 320 = 400

A) 380euro	B) 340euro	C) 320euro	D) … euro
- *Excursion dans une île* - *Randonnée en montagne* - *Parc d'attractions* - *Parc d'attractions*	- *Randonnée en montagne* - *Parc d'attractions* - *Excursion dans une île* - *Randonnée en montagne*	- *Parc d'attractions* - *Parc d'attractions* - *Randonnée en montagne* - *Randonnée en montagne*	- *Randonnée en montagne* - *Parc d'attractions* - *Excursion dans une île* - *Excursion dans une île*

Parc d'attractions = 3
Randonnée en montagne = 3
Excursion dans une île = 2

Parc d'attractions = 3
Gita all'isola = 2
Randonnée en montagne = 3

Je modifie seulement la question du problème pour voir si les élèves procèdent encore à des comparaisons et / ou tentatives d'obtenir la réponse.
La question devient :
Quel est le prix de chaque activité et du Paquet D ? Expliquez votre raisonnement.
Les élèves procèdent toujours par comparaisons …

A) 380euro	B) 340euro	C) 320euro	D) … euro
- *Excursion dans une île* - *Randonnée en montagne* - *Parc d'attractions* - *Parc d'attractions*	- *Randonnée en montagne* - *Parc d'attractions* - *Excursion dans une île* - *Randonnée en montagne*	- *Parc d'attractions* - *Parc d'attractions* - *Randonnée en montagne* - *Randonnée en montagne*	- *Randonnée en montagne* - *Parc d'attractions* - *Excursion dans une île* - *Excursion dans une île*

380 - 180 = 200
Parc = 200 : 2

340 – 160 = 180
Montagne + île = 180

320 : 2 = 160
Montagne + île = 160

Je décide de changer non seulement la demande mais aussi les nombres donnés de telle sorte que les élèves commencent à ressentir le besoin d'un système d'équations et de comprendre qu'il est parfois nécessaire d'y recourir.

FORFAIT VACANCES (I)

L'agence TRANSALP propose 4 forfaits différents, A, B, C et D pour une semaine de vacances. Voici ces quatre propositions, chacune comprenant quatre activités organisées ainsi :

A) 400 euro	**B) … euro**	**C) 340 euro**	**D) 420 euro**
Excursion dans une île	*Parc d'attractions*	*Excursion dans une île*	*Excursion dans une île*
Excursion dans une île	*Parc d'attractions*	*Parc d'attractions*	*Parc d'attractions*
Randonnée en montagne	*Randonnée en montagne*	*Randonnée en montagne*	*Excursion dans une île*
Parc d'attractions	*Randonnée en montagne*	*Randonnée en montagne*	*Excursion dans une île*

Le prix d'un forfait est la somme des prix de chacune des activités qui le composent. L'agence a oublié d'écrire le prix du forfait de la semaine B.

Quel est le prix du forfait de la semaine B ?

Expliquez votre raisonnement.

Les tentatives des élèves :

A) et C)
Excursion dans une île = 3
Randonnée en montagne = 3
Parc d'attractions = 2

B) et D)
Parc d'attractions = 3
Excursion dans une île = 3
Randonnée en montagne = 2

Avec ces données, les élèves ont rencontré des obstacles majeurs dans les procédures et tentatives de comparaison et ont donc ressenti, après beaucoup de réflexion, la nécessité de recourir au système d'équations.
Deux ou trois étudiants ont l'idée du système et les autres suivent la même solution. Après la résolution du système, ils disent: « Maintenant, nous comprenons qu'il est necessaire d'utiliser le système parce que nous ne pouvions pas procéder autrement »
Réglez le système d'équations en plaçant:
Excursion dans une île = x, Randonnée en montagne = y et Parc d'attractions = z résolus par la méthode de substitution ...

$$\begin{cases} 2x + y + z = 400 \\ x + 2y + z = 340 \\ z = 420 - 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y + z = 400 \\ x + 2y + z = 340 \\ 3x + z = 420 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y + 420 - 3x = 400 \\ x + 2y + 420 - 3x = 340 \\ z = 420 - 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y - 3x = -20 \\ -2x + 2y = 340 - 420 \\ z = 420 - 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x + y = -20 \\ 2x - 2y = 80 \\ z = 420 - 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 20 \\ 2x - 2y = -340 + 420 \\ z = 420 - 3x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - y = 20 \\ x - y = 40 \\ z = 420 - 3x \end{cases}$$

Le système est impossible car il n'y a une «incohérence x - y = 40 et x - y = 20
Dans ce cas, le problème n'a pas de solution! !

Je change de nouveau les données et donne aux élèves un système de trois équations à trois inconnues à résoudre par la méthode de Gauss.

FORFAIT VACANCES (II)

L'agence TRANSALP propose 4 forfaits différents, A, B, C et D pour une semaine de vacances. Voici ces quatre propositions, chacune comprenant quatre activités organisées ainsi :

A) 500 euro	**B) 420 euro**	**C) … euro**	**D) 620 euro**
Randonnée en montagne	*Parc d'attractions*	*Excursion dans une île*	*Excursion dans une île*
Randonnée en montagne	*Parc d'attractions*	*Excursion dans une île*	*Parc d'attractions*
Excursion dans une île	*Randonnée en montagne*	*Randonnée en montagne*	*Randonnée en montagne*
Parc d'attractions	*Excursion dans une île*	*Randonnée en montagne*	*Randonnée en montagne*
			Randonnée en montagne

Le prix d'un paquet est la somme des prix de chacun des actifs qui la compose. Mais l'agence a oublié d'écrire le prix du forfait de la semaine C.

Quel est le prix pour chaque activité et le prix du paquet C?

Expliquez votre raisonnement.

Et enfin, voici la solution des élèves :

x = *Randonnée en montagne* y = *Parc d'attractions* z = *Excursion dans une 'île*

$$\begin{cases} 2x + y + z = 500 \\ x + 2y + z = 420 \\ 3x + y + z = 620 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2x + y + z = 500 \\ x + 2y + z = 420 \\ -5y - 2z = -640 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y + z = 500 \\ -3y - z = -340 \\ -5y - 2z = -640 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2x + y + z = 500 \\ -3y - z = -340 \\ z = 220 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y + z = 500 \\ 3y = 340 - 220 \\ z = 220 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2x + 40 + 220 = 500 \\ y = 120/3 \\ z = 220 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 260 = 500 \\ y = 40 \\ z = 220 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2x = 500 - 260 \\ y = 40 \\ z = 220 \end{cases}$$

x = 240/2 = 120 (montagne)

y = 40 (parc d'attaction)

z = 220 (gita all'isola)

Enfin, voici une des considérations des élèves : *En effet, nous ne serions pas arrivés à comprendre que le premier système était impossible seulement en regardant plus attentivement le tableau et même avec cela, nous ne pouvions pas procéder autrement.*

En tant qu'enseignante, j'aimerais dire à tous de faire confiance aux mathématiques lorsque vous vous aventurez dans la recherche d'une solution et de continuer à utiliser les problèmes non pour ennuyer nos élèves mais pour les stimuler parce que le monde de demain est déjà en formation dans leur corps comme dans leur esprit !