L'ESPERIENZA DEL RMT

Clara Guerrera[1]

INTRODUZIONE

Ho conosciuto l'ARMT nel 2012 grazie ad un'attività di aggiornamento per insegnanti intitolata "Modellazione della Matematica" presentata nella nostra scuola da Maria Polo e Sandro Deplano.
Mi sono successe varie cose interessanti.
Intanto, mi sono divertita giocando con la matematica.
Ho però scoperto di essere un'insegnante che non sempre ha la risposta immediatamente pronta ai problemi insoliti o rompicapo proposti!
Riflettendo su questo aspetto ho iniziato ad acquisire varie consapevolezze.
Ho capito che limitandomi solo a raccontare ai miei alunni che la matematica descrive tutto ciò che ci circonda quotidianamente con esempi, non sarei riuscita a coinvolgerli e a catturare il loro interesse!
Mi sono resa conto che bisognava "escogitare" degli stratagemmi perché constatassero con i fatti che la matematica va ben oltre l'applicazione di regole senza un riscontro pratico!
Per esempio, ho subito considerato la possibilità di lavorare con attività didattiche nuove supportate dai problemi del RMT per indurre gli alunni a "toccare per credere":

Durante le attività di laboratorio "modellazione della matematica" tra insegnanti, mi sono sentita a volte spiazzata perché non riuscivo ad avere tutti i procedimenti sotto controllo come succedeva in classe. Davanti a me spariva la figura dell'insegnante con tutte le risposte prontissime. Tutto ciò mi ha portato a rendermi conto che in realtà l'insegnante ha necessità anche lei o lui di pensare davanti ad un problema nuovo ed insolito, come tutti d'altronde.
In effetti, per arrivare alla soluzione, nasce l'esigenza di pensare e ragionare di più... di confrontarsi con i colleghi... e così via.
Ho capito che in tanti anni di insegnamento, avendo sempre fatto riferimento a materiali didattici molto strutturati con procedimenti risolutivi piuttosto standard, avevo perso il piacere di scoprire e di ricercare ed avventurarmi in altri tipi di problemi e ragionamenti.

PRIMI INTERVENTI DIDATTICI

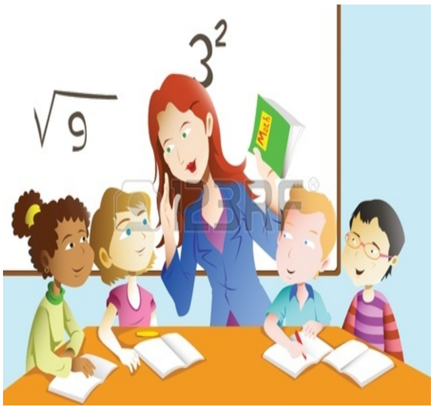
Ispirata dalle attività svolte a scuola insieme a e Maria e Sandro, ho deciso di coinvolgere gli alunni di una II A Geometri con notevoli carenze di base, la maggior parte demotivati, in un'attività dove era necessario manipolare materiale pratico: bastoncini, forme geometriche ricavate da cartoncino, mattonelle, cordoncini stecche, ecc... .
Successivamente ho proposto attività con problemi del RMT.
Gli alunni sono cambiati perché si sono divertiti ed hanno trovato l'interesse matematico!!!

Con grande sorpresa da parte di molti, gli alunni della II Geometri hanno anche vinto alla finale regionale del Rally nel 2012.

[1] Insegnante della scuola Superiore (Liceo Scientifico e corso Geometri) di Senorbì – Cagliari.

Sono cambiata come insegnante poiché ora cerco di orientare meglio gli alunni alla comprensione degli argomenti anche attraverso problemi dell'ARMT ovvero problemi particolari che catturano l'attenzione e che necessitano di un ragionamento.
Gli alunni hanno capito che non possono e soprattutto non serve più memorizzare un procedimento in quanto sono piacevolmente costretti a ragionare per determinare la soluzione di un nuovo problema.

All'inizio, il più grande ostacolo da superare, con i miei alunni, è stato il non volersi mettere in gioco e quindi non attivarsi ad avviare un ragionamento poiché secondo il loro punto di vista "La risposta o la sai o non la sai!"
Ho faticato per dimostrare che la risposta non arriva dal nulla o da una regola studiata a memoria ma da un ragionamento e questo vale anche per un insegnante!!
Ho cercato nella pratica di far notare come la risposta ad un problema arriva da tante piccole osservazioni del problema stesso ed il particolare collegamento tra questi può essere la scintilla che porta alla soluzione.
Mi sono messa al lavoro insieme agli alunni nella risoluzione di vari problemi "imprevisti" per dimostrare loro che anche io avevo la necessità di analizzare il testo, pensare e seguire un mio ragionamento giungendo a qualche risultato del problema.
Ho cercato di far capire che non necessariamente il mio procedimento risolutivo poteva essere unico o insostituibile. Ognuno di loro ha così iniziato ad acquistare più fiducia delle proprie idee che affioravano alla mente ed impiegandole nella risoluzione dei problemi si sono meravigliati di come siano potuti riuscire con successo.



Inoltre, mi sono resa conto che l'insegnante non deve assolutamente pilotare gli alunni nella fase di ragionamento altrimenti non lascerebbe loro mai la libertà di risolvere secondo il proprio pensiero. Gli alunni, influenzati dall'osservazione o dal suggerimento dell'insegnante, inavvertitamente abbandonano la propria idea.
In tal modo all'alunno viene negata l'opportunità di intraprendere un proprio ragionamento, forse originale, perdendo l'occasione di verificare ed esprimere il proprio talento.
Nelle mie classi ho iniziato a sperimentare cosa succede quando gli alunni sono messi in condizioni di lavorare

- con problemi più vicini alla loro realtà (più concreti e meno astratti)
- in completa autonomia
- in completa libertà e tranquillità "anche di sbagliare"
- con la convinzione che lo sviluppo della propria idea o ragionamento sia importante.

Scopro aspetti incredibili come:
- gli errori dei miei alunni modellano la mia professionalità come insegnante,
- tante abilità nascoste dei miei stessi alunni soprattutto di quelli che ho ritenuto negati per la matematica.

I PROBLEMI DEL RMT: DALLA GARA ALLA CLASSE

Nasce un'esigenza - Come mettere insieme i due aspetti

I problemi del RMT che sono interessanti, coinvolgenti aprono la mente all'imprevisto;
Il lavoro in classe: il bisogno di attenersi ai programmi ministeriali

Espongo qui di seguito un lavoro svolto nella classe 3a B Liceo utilizzando un problema del rally dove ho riunito i due aspetti.

Durata: 3 ore di lezione

Argomenti: sistemi lineari di tre equazioni in tre incognite
Obiettivi:
- riconoscere un sistema di equazioni impossibile e un sistema determinato;
- risolvere un sistema di equazioni lineari determinato con il metodo di sostituzione e con il metodo di Gauss.

Ho somministrato il problema *Pacchetto Vacanze*

Ambito concettuale: *Aritmetica/Operazioni; Algebra/Pre-algebra*

Obiettivo preliminare che mi sono posta è stato quello di verificare se l'argomento "sistemi di equazioni" svolto in prima potesse affiorare alla loro mente come possibile procedimento risolutivo.

Il testo del problema:

(20.II.12) **PACCHETTO VACANZE** Cat. 6, 7, 8, 9)

L'agenzia TRANSALP propone 4 pacchetti differenti, A, B, C e D, per una settimana di vacanze. Ecco le quattro proposte, ciascuna comprendente quattro attività così organizzate:

A) 380 euro	**B) 340 euro**	**C) 320 euro**	**D) …. euro**
Gita all'isola	*Gita in montagna*	*Parco divertimenti*	*Gita in montagna*
Gita in montagna	*Parco divertimenti*	*Parco divertimenti*	*Parco divertimenti*
Parco divertimenti	*Gita all'isola*	*Gita in montagna*	*Gita all'isola*
Parco divertimenti	*Gita in montagna*	*Gita in montagna*	*Gita all'isola*

Il prezzo di un pacchetto è la somma dei prezzi di ciascuna attività che lo compone. L'agenzia ha però dimenticato di scrivere il prezzo del pacchetto della settimana D.

Qual è il prezzo del pacchetto della settimana D?

Spiegate il vostro ragionamento.

Che cosa è successo in classe?

Arriva la risposta di un alunno dopo 5 minuti:
confronta le attività complessive di A e B con le attività complessive di C e D ed arriva alla risposta
380 + 340 = 720 – 320 = 400

A) 380	B) 340	C) 320	D) … euro
Gita all'isola	*Gita in montagna*	*Parco divertimenti*	*Gita in montagna*
Gita in montagna	*Parco divertimenti*	*Parco divertimenti*	*Parco divertimenti*
Parco divertimenti	*Gita all'isola*	*Gita in montagna*	*Gita all'isola*
Parco divertimenti	*Gita in montagna*	*Gita in montagna*	*Gita all'isola*

Parco divertimenti = 3
Gita in montagna = 3
Gita all'isola = 2

Parco divertimenti = 3
Gita all'isola = 2
Gita in montagna = 3

Cambio solo la domanda del problema per verificare se gli alunni procedono ancora per confronti e/o tentativi per ricavare la risposta.

La domanda diventa:

Qual è il prezzo di ciascuna attività e quella del pacchetto D? Spiegate il vostro ragionamento.

A) 380	B) 340	C) 320	D) … euro
Gita all'isola	*Gita in montagna*	*Parco divertimenti*	*Gita in montagna*
Gita in montagna	*Parco divertimenti*	*Parco divertimenti*	*Parco divertimenti*
Parco divertimenti	*Gita all'isola*	*Gita in montagna*	*Gita all'isola*
Parco divertimenti	*Gita in montagna*	*Gita in montagna*	*Gita all'isola*

380-180 = 200
340–160 = 180
Parco= 200:2

Montagna + isola = 180

320 : 2 = 160
Parco + montagna = 160

Decido di cambiare non solo la domanda ma anche il prospetto dei dati in modo tale che gli allievi incomincino a sentire l'esigenza di ricorrere all'impostazione di un sistema di equazioni e comprendere che a volte è necessario ricorrervi.

PACCHETTO VACANZE (I)

L'agenzia TRANSALP propone 4 pacchetti differenti, A, B, C e D, per una settimana di vacanze. Ecco le quattro proposte, ciascuna comprendente quattro attività così organizzate:

A) 400 euro	**B) … euro**	**C) 340 euro**	**D) 420 euro**
Gita all'isola	*Parco divertimenti*	*Gita all'isola*	*Gita all'isola*
Gita all'isola	*Parco divertimenti*	*Parco divertimenti*	*Parco divertimenti*
Gita in montagna	*Gita in montagna*	*Gita in montagna*	*Gita all'isola*
Parco divertimenti	*Gita in montagna*	*Gita in montagna*	*Gita all'isola*

Il prezzo di un pacchetto è la somma dei prezzi di ciascuna attività che lo compone. L'agenzia ha però dimenticato di scrivere il prezzo del pacchetto della settimana D.

Qual è il prezzo del pacchetto della settimana D?

Spiegate il vostro ragionamento.

Tentativi degli allievi:

A) e C)
Gita all'isola = 3
Gita in montagna = 3
Parco divertimenti = 2

B) e D)
Parco divertimenti = 3
Gita all'isola = 3
Gita in montagna = 2

Con questi dati gli alunni hanno riscontrato maggiori ostacoli nei procedimenti per tentativi e per confronto e quindi hanno sentito, dopo tanto pensare, la necessità di ricorrere al sistema di equazioni.
Due o tre alunni hanno l'idea del sistema e gli altri la seguono. Dopo aver risolto con il sistema affermano: *ora abbiamo capito che è proprio necessario ricorrere al sistema perché non riuscivamo a procedere diversamente*.
Impostano il sistema di equazioni ponendo:
gita all'isola = x, gita in montagna = y e parco divertimenti = z e risolvono con il metodo di sostituzione

$$\begin{cases} 2x + y + z = 400 \\ x + 2y + z = 340 \\ z = 420 - 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y + z = 400 \\ x + 2y + z = 340 \\ 3x + z = 420 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y + 420 - 3x = 400 \\ x + 2y + 420 - 3x = 340 \\ z = 420 - 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y - 3x = -20 \\ -2x + 2y = 340 - 420 \\ z = 420 - 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x + y = -20 \\ 2x - 2y = 80 \\ z = 420 - 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 20 \\ 2x - 2y = -340 + 420 \\ z = 420 - 3x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - y = 20 \\ x - y = 40 \\ z = 420 - 3x \end{cases}$$

Il sistema è impossibile perché c'è
un 'incongruenza x – y = 40 e x – y = 20
In tal caso il problema non ha soluzione ! !

Cambio nuovamente i dati del prospetto per somministrare agli alunni un sistema di tre equazioni in tre incognite determinato e farglielo risolvere con il metodo di Gauss.

PACCHETTO VACANZE (II)

L'agenzia TRANSALP propone 4 pacchetti differenti, A, B, C e D, per una settimana di vacanze. Ecco le quattro proposte, ciascuna comprendente quattro attività così organizzate:

A) 500 euro	**B) 420 euro**	**C) … euro**	**D) 620 euro**
Gita in montagna	*Parco divertimenti*	*Gita all'isola*	*Gita all'isola*
Gita in montagna	*Parco divertimenti*	*Gita all'isola*	*Parco divertimenti*
Gita all'isola	*Gita in montagna*	*Gita in montagna*	*Gita in montagna*
Parco divertimenti	*Gita all'isola*	*Gita in montagna*	*Gita in montagna*
			Gita in montagna

Il prezzo di un pacchetto è la somma dei prezzi di ciascuna attività che lo compone. L'agenzia ha però dimenticato di scrivere il prezzo del pacchetto della settimana D.

Qual è il prezzo del pacchetto della settimana D?

Spiegate il vostro ragionamento.

Ed infine ecco la soluzione degli allievi:

x = *Gita in montagna* y = *Parco divertimenti* z = *Gita all'isola*

$$\begin{cases} 2x + y + z = 500 \\ x + 2y + z = 420 \\ 3x + y + z = 620 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y + z = 500 \\ x + 2y + z = 420 \\ -5y - 2z = -640 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y + z = 500 \\ -3y - z = -340 \\ -5y - 2z = -640 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y + z = 500 \\ -3y - z = -340 \\ z = 220 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y + z = 500 \\ 3y = 340 - 220 \\ z = 220 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 40 + 220 = 500 \\ y = 120/3 \\ z = 220 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 260 = 500 \\ y = 40 \\ z = 220 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 500 - 260 \\ y = 40 \\ z = 220 \end{cases}$$

$x = 240/2 = 120$ (montagna)

$y = 40$ (parco divertimenti)

$z = 220$ (gita all'isola)

Infine le considerazioni degli alunni sono state le seguenti: *in effetti non saremmo potuti arrivare a comprendere che il primo sistema era impossibile, solo osservando con più attenzione la tabella ed anche con quest'ultimo non si poteva procedere diversamente*.

In qualità di insegnante mi sento di dire a tutti di credere nella matematica quando ci si avventura nella ricerca di una soluzione e continuare ad utilizzare problemi e strategie per non annoiare ma stimolare i nostri allievi perché il mondo di domani sta già formandosi anche nel loro corpo e nella loro mente!